



**REVISTA BRASILEIRA DE MECATRÔNICA**  
FACULDADE SENAI DE TECNOLOGIA MECATRÔNICA

**MEDIÇÃO DE FORÇA POR IOT PARA ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS COM  
APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS EM TEMPO REAL POR REALIDADE AUMENTADA**

**FORCE MEASUREMENT BY IOT FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS WITH REAL-TIME RESULTS  
PRESENTATION BY AUGMENTED REALITY**

**Ricardo Gomes Miguel<sup>1, i</sup>**  
**Thiago Tadeu Amici<sup>2, ii</sup>**  
**Daniel Camusso<sup>3, iii</sup>**  
**Daniel Otávio Tambasco Bruno<sup>4, iv</sup>**

Data de submissão: (12/09/2022) Data de aprovação: (14/12/2022)

## RESUMO

A Realidade Aumentada (RA) consiste em uma das tecnologias habilitadoras da Indústria 4.0 e permite experiências dinâmicas ao usuário. Apesar de inicialmente ser exclusivamente aplicada na indústria do entretenimento, a RA fornece recursos que facilitam diversas atividades no chão de fábrica, como treinamento de operação e manutenção de equipamentos, visualização de protótipos, suporte remoto, e acesso a informações gerais. O método de elementos finitos consiste em uma importante ferramenta de simulação que permite, entre várias outras finalidades, avaliar comportamentos de estruturas em uma determinada situação. Logo, o objetivo deste artigo é criar um protótipo de um sistema de medição de força destinado a gerar dados para a posterior análise de elementos finitos e exibição dos resultados utilizando recursos de RA. O sistema em questão é um dispositivo de *Internet das Coisas* (IoT) composto por um extensômetro destinado a medir a deformação de uma viga engastada, e de maneira indireta, determinar a força aplicada. O sistema IoT envia a intensidade da força aplicada, através do protocolo *Message Queuing Telemetry Transport* (MQTT), para um *broker* MQTT na nuvem, enquanto a aplicação desenvolvida no software *Unity* utiliza os dados provenientes deste, para realizar o processamento da análise de elementos finitos e apresentar os resultados em tempo real através da RA. O sistema IoT

---

<sup>1</sup> Engenheiro Mecânico, Tecnólogo em Mecatrônica Industrial e Pós-graduando em Indústria 4.0 na Faculdade SENAI de Tecnologia Mecatrônica. E-mail: ricardo\_gomesmiguel@hotmail.com

<sup>2</sup> Mestre em Automação e Controle de Processos da Faculdade SENAI de Tecnologia Mecatrônica. E-mail: thiago.amici@sp.senai.br

<sup>3</sup> Mestrando e Especialista em Indústria 4.0 e Engenharia automobilística. Docente da Faculdade SENAI de Tecnologia Mecatrônica. e-mail: daniel.camusso@sp.senai.br

<sup>4</sup> Mestre em Engenharia da Informação. Professor da Faculdade SENAI de Tecnologia Mecatrônica. E-mail: daniel.bruno@sp.senai.br

proposto, servirá de base conceitual para o desenvolvimento de futuros sistemas de medição de força em tempo real, onde se faz necessária a análise de elementos finitos.

**Palavras-chave:** Realidade Aumentada; Internet das Coisas; MQTT; elementos finitos; extensometria.

## ABSTRACT

Augmented Reality (AR) is one of the enabling technologies of Industry 4.0 and enables dynamic user experiences. Although initially exclusively applied to the entertainment industry, AR provides resources that facilitate various activities on the factory floor, such as equipment operation and maintenance training, prototype visualization, remote support, and access to general information. The finite element method is an important simulation tool that allows, among other purposes, to evaluate structures behavior in each situation. Therefore, the objective of this article is to create a prototype of a force measurement system designed to generate data for further finite element analysis and display of results using AR resources. The system in question is an Internet of Things (IoT) device composed of a strain gauge designed to measure the deformation of a cantilever beam, and indirectly, determine the applied force. The IoT system sends the intensity of the applied force, through the Message Queuing Telemetry Transport (MQTT) protocol, to an MQTT broker in the cloud, while the application developed in the Unity software uses the data from it to perform the finite element analysis processing and present the results in real time through AR. The proposed IoT system will serve as a conceptual basis for the development of future real-time force measurement systems, where finite element analysis is necessary.

**Keywords:** Augmented Reality; Internet of Things; MQTT; finite elements; Extensometry.

## 1 INTRODUÇÃO

A tecnologia de Realidade Aumentada unida às tecnologias de comunicação, permitem alcançar resultados interessantes, tornando algumas atividades industriais mais dinâmicas. A Realidade Aumentada, que antes era empregada exclusivamente na indústria do entretenimento, tornou-se uma das tecnologias habilitadoras da Indústria 4.0. Os aplicativos que utilizam esses recursos são capazes de exibir elementos virtuais sobrepostos à cena real.

No contexto da Indústria 4.0, uma característica marcante é a constante presença da conectividade, e devido a isto, surgem diversas oportunidades de implementação de sistemas de monitoramento dos processos em tempo real. Tal prática de monitoramento, não é novidade na indústria, uma vez que a instrumentação combinada com Controladores Programáveis (CPs) e as Interfaces Homem-Máquinas (IHMs) já permitiam, antes da ascensão da Indústria 4.0, o acesso aos dados obtidos em tempo real. No entanto, com as tradicionais IHMs, normalmente a tela de exibição está posicionada distante dos pontos de medição, portanto, o usuário do sistema deve se deslocar até a tela, identificar o ponto de interesse, para então visualizar as informações. Um aplicativo de Realidade Aumentada é capaz de fazer requisições a um servidor e exibir as informações provenientes de sensores de maneira vinculada ao ponto de medição, ou seja, o usuário portando um dispositivo

móvel (*Smartphone* ou *Tablet*) com o aplicativo instalado, poderá visualizar os dados por meio de Realidade Aumentada (RA) (JAKL et al., 2019, tradução nossa).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em uma importante ferramenta utilizada como base para tecnologias de Engenharia Auxiliada por Computador (*Computer-Aided Engineering* - CAE), aplicadas em diversos segmentos como Resistência dos Materiais, Dinâmica dos Flúidos, Transferência de Calor, Vibrações Mecânicas, entre outros.

O MEF normalmente envolve discretizar problemas em elementos menores, aplicar condições de contorno e propriedades, realizar operações matemáticas, produzir e apresentar os resultados. O método foi idealizado antes da ascensão dos computadores, porém, sua aplicação era limitada, pois para se obter resultados precisos devem ser utilizados muitos elementos finitos, o que aumenta consideravelmente a quantidade e a complexidade dos cálculos que devem ser efetuados. Sendo assim, o MEF ganhou seu espaço com a crescente evolução dos computadores, tanto na resolução de problemas complexos quanto na apresentação dos resultados.

Atualmente existem diversos softwares que realizam simulações utilizando o MEF, como o Ansys, Nastran, Abaqus, Femap e MEF associados aos softwares de CAD, como Solidworks, CATIA, NX Inventor, onde são realizadas todas as etapas do método, desde a discretização, passando pelos cálculos e alcançando a apresentação dos resultados.

Talvez o conceito mais importante da Indústria 4.0 seja a conectividade e a integração entre sistemas e processos. Sendo assim, com o advento das tecnologias imersivas atrelado com as tecnologias sensoriais e de conectividade, surge a oportunidade de gerar sistemas de monitoramento de protótipos ou produtos, realizando análise por elementos finitos e apresentando os resultados por meio de uma aplicação de Realidade Aumentada. Tal junção de tecnologias permite conhecer em tempo real o comportamento do sistema de interesse, e abre diversas oportunidades nos diversos segmentos em que o MEF é aplicado.

Logo, o objetivo deste artigo é justamente criar um protótipo de um sistema que exemplifique, de forma conceitual, a integração entre um sistema IoT capaz de coletar dados para a realização de uma análise de elementos finitos, no caso a força aplicada em uma viga engastada, e um aplicativo de Realidade Aumentada que tem por finalidade apresentar os dados em tempo real, exibindo de forma sobreposta ao ambiente, o objeto 3D de interesse se deformando com base nos resultados obtidos da análise de elementos finitos, além de apresentar a intensidade da força aplicada, bem como o valor da deflexão máxima da viga.

O sistema IoT de aquisição de dados consiste em um circuito eletrônico capaz de medir e transmitir a força aplicada à viga. O circuito em questão é composto por um sensor de deformação, chamado de extensômetro (*strain gauge*), que consiste em um resistor que tem seu valor de resistência alterado sensivelmente quando é submetido à pequenas deformações. A sensível alteração da resistência pode ser convertida em um sinal analógico de pequena amplitude, por um circuito chamado de *Ponte de Wheatstone*, e posteriormente amplificado e lido por um microcontrolador capaz de enviar os dados.

Evidentemente, para que o sistema funcione em tempo real, é necessário que se estabeleça uma conexão entre o sistema IoT de aquisição dos dados e o aplicativo de RA, de modo a atualizar a força aplicada ao objeto, quando esta for alterada.

Nesse contexto, se faz necessária a utilização de outra tecnologia habilitadora da Indústria 4.0, a Internet das Coisas (*Internet of Things* – IoT), que irá permitir que o sistema de medição de força envie os resultados da medição para a Internet, onde estarão disponíveis para leitura pelo aplicativo de RA. O protocolo *Message Queuing Telemetry*

*Transport* (MQTT) costuma ser o mais indicado para a comunicação entre máquinas (*Machine to Machine* – M2M) através da Internet, devido suas características de simplicidade e baixo consumo de dados (MAZZER, FRIGIERI E PARREIRA, 2015).

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 Extensometria

O dimensionamento de estruturas e componentes mecânicos a partir de cálculos de Resistência dos Materiais é primordial para que o objetivo de suportar os esforços seja alcançado plenamente, e normalmente os cálculos são realizados com base em estimativas dos esforços envolvidos, sendo necessária a aplicação de um coeficiente de segurança, superdimensionando o projeto, para que não falhe no caso de os esforços serem diferentes dos estimados. O superdimensionamento gera aumento de custos com materiais, logo em um mercado cada vez mais competitivo, a redução de custos se torna essencial, tornando interessante a prática de medir com precisão os esforços. Dessa forma foi criada a Extensometria, que se trata de uma técnica experimental destinada a realizar a medição de deformações, e conseqüentemente, a partir dos dados do material e do objeto em estudo, determinar os esforços e tensões.

#### 2.1.1 Lei de Hooke

O comportamento dos materiais, principalmente os metálicos, apresentam um comportamento peculiar. Quando a força é aplicada, tracionando o material, este se deforma de maneira proporcional à intensidade da força. O aumento da deformação ocorre de maneira linear até um certo ponto, chamado de limite de escoamento. Caso o ensaio seja interrompido antes do limite de escoamento ser alcançado, o material irá retornar ao seu comprimento inicial, ou seja, até alcançar o limite de escoamento o material está em sua região de deformação elástica. Após o limite de escoamento, o material estará na região de deformação plástica, quando existe deformação permanente, conforme mostra a figura 1.

Figura 1 – Diagrama tensão x deformação



Fonte: Adaptado pelo autor de Andolfato, Camacho e Brito (2004)

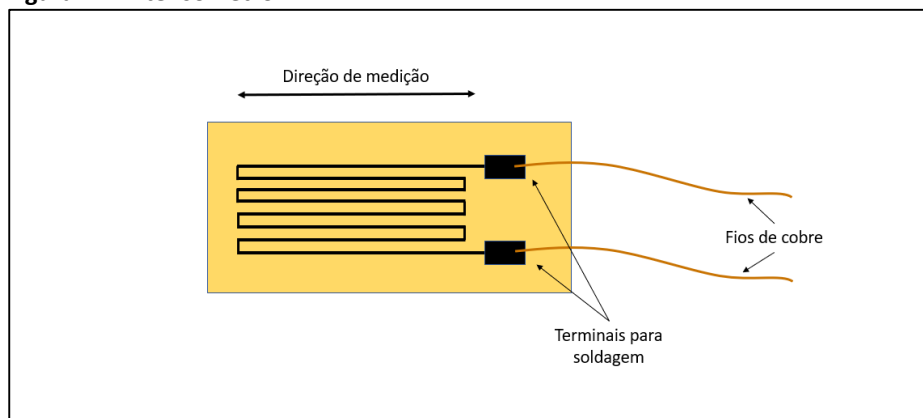
A Lei de *Hooke* estabelece que, ao aplicar uma força à uma mola, ela se deforma, originando uma força elástica de mesma direção e módulo igual à força aplicada, porém com sentido oposto.

Na zona elástica, o material se comporta seguindo a Lei de *Hooke*, onde se deforma a uma taxa de deformação chamada de módulo de elasticidade longitudinal, comumente representado pela letra *E*. Os componentes mecânicos e estruturas são dimensionados, na maioria dos casos, para não alcançarem o limite de escoamento, exceto nos casos em que a deformação plástica é desejada, como nos processos de conformação mecânica.

### 2.1.2 Princípio de funcionamento de extensômetros

Os extensômetros ou *Strain Gauges* são sensores destinados a medir deformações, conforme mostra a figura 2. Basicamente podemos defini-los como resistores variáveis que, quando deformados, têm sua resistência sensivelmente alterada. O conceito por trás dos extensômetro se baseia na ideia de fixá-lo, por colagem, no objeto de interesse em um local específico, de maneira que quando o objeto deforma devido aos esforços, o extensômetro deforme também.

Figura 2 – Extensômetro



Fonte: Adaptado pelo autor de Nachazel (2020)

A alteração da resistência elétrica do extensômetro é justificada pela segunda lei de Ohm, que afirma que a resistência elétrica de um condutor é proporcional ao comprimento do condutor. Com base nessa teoria, os extensômetros foram construídos de forma que ao serem tracionados, seu comprimento aumenta, e por consequência sua resistência também.

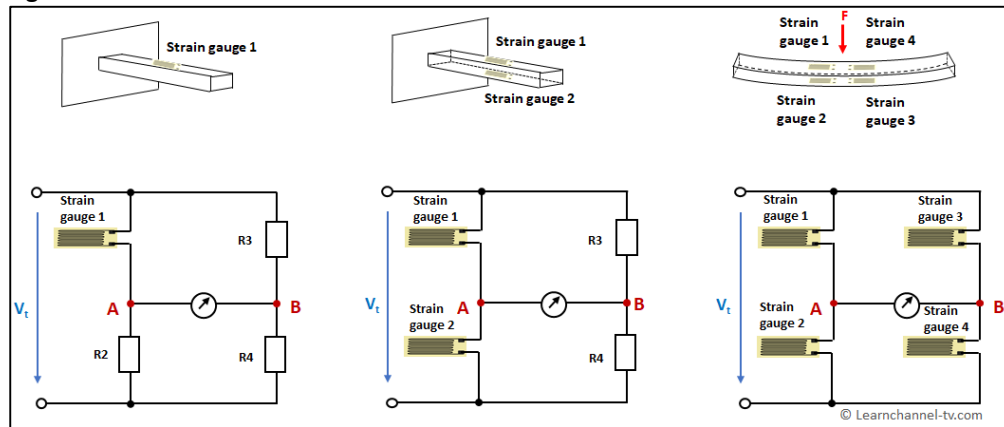
As deformações costumam ser muito pequenas, e necessariamente, não podem ultrapassar o limite elástico do material, na prática ficam bem distantes do limite escoamento, pois os extensômetros são sensíveis, e podem ser danificados quando submetidos à grandes deformações.

### 2.1.3 Ponte de Wheatstone

Os extensômetros devem ser instalados em um circuito eletrônico para que sua alteração de resistência elétrica seja convertida em um sinal elétrico analógico. Isto é necessário, devido ao fato de que o microcontrolador destinado a ler o resultado da medição do extensômetro não é capaz de ler uma variação de resistência e sim a variação de um sinal de tensão elétrica.

Normalmente se utiliza um circuito conhecido como *Ponte de Wheatstone*, que consiste em uma associação de quatro resistores, sendo que um ou mais deles podem ser resistores variáveis, conforme mostra a figura 3.

Figura 3 – Ponte de Wheatstone



Fonte: Learnchannel-TV.com (2022)

Uma tensão contínua ( $V_t$ ) é aplicada à associação, e quando a ponte está em equilíbrio, a saída do circuito, representada pela tensão entre os pontos A e B, apresenta tensão nula. Quando algum dos resistores tem sua resistência elétrica alterada, mesmo que seja uma pequena variação, a tensão de saída também altera de forma proporcional, normalmente na ordem de milivolts, convertendo assim, a variação de resistência elétrica em um sinal analógico de tensão (HBM, 2022).

### 2.1.4 Tratamento do sinal

Teoricamente o sinal analógico proporcional a deformação do extensômetro, que o microcontrolador necessita para ler o resultado da medição, seria suficiente. No entanto, o sinal de saída da *Ponte de Wheatstone* possui uma amplitude muito pequena, não sendo possível, na prática, ser interpretado pelo microcontrolador, seja ele um Arduino, ESP8266 ou ESP32. Dessa forma é necessário amplificar o sinal por meio de um amplificador operacional, que seja capaz de aumentar a amplitude do sinal.

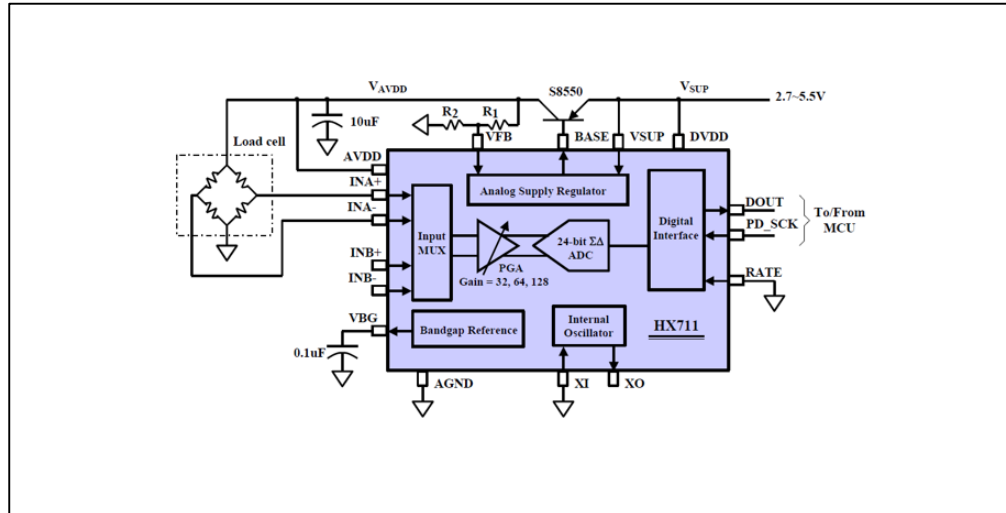
Os microcontroladores são dispositivos que atuam com sinais digitais, portanto, para que o sinal possa ser interpretado, é necessário converter o sinal analógico em um sinal digital. Tal tarefa é realizada por um conversor analógico-digital.

Normalmente os microcontroladores possuem um conversor analógico-digital de forma integrada, sendo suficiente apenas a realização da amplificação do sinal. Porém, existem circuitos integrados (CI), que realizam tarefas específicas para reduzir o tamanho dos circuitos eletrônicos. Logo, existe um CI chamado HX711, que é aplicado de forma específica para leitura de células de carga, que são sensores que utilizam extensômetros para medir força, normalmente aplicados em balanças.

Na figura 4, o CI HX711 recebe como entrada o sinal proveniente de uma *Ponte de Wheatstone*, amplifica o sinal, o converte em um sinal digital, e transmite para o microcontrolador através dos pinos DOUT e PD\_SCK.

O Arduino e as placas ESP possuem bibliotecas específicas para se trabalhar com o HX711, sendo possível aplicar escalas para calibrar os sensores com valores conhecidos de força.

Figura 4 – Diagrama HX711



Fonte: Avia Semicondutor (2022, p.1)

## 2.2 Internet das Coisas

A Internet está presente há anos no cotidiano das pessoas, e com o constante avanço tecnológico, a Internet também está conectando dispositivos, na chamada Internet das Coisas (*Internet of Things – IoT*).

De forma geral, a tecnologia IoT pode ser definida como um conjunto de dispositivos físicos interconectados através da Internet, composto de sensores, atuadores, controladores, e qualquer outro dispositivo capaz de se conectar na Internet e enviar e/ou receber dados por ela. Existe também o conceito de Internet Industrial das Coisas (IIoT), que segue o mesmo princípio do IoT, porém atuando em ambientes industriais.

Os hardwares empregados na tecnologia IoT devem ser capazes de estabelecer conexão com a Internet, além de atuar como controlador, recebendo dados de entrada provenientes de sensores ou botões, e/ou emitindo dados de saída para atuadores. Dessa forma, para atender aos requisitos, são utilizados microcontroladores com recursos de rede.

Comparando os microcontroladores com os microprocessadores, pode-se afirmar que os microcontroladores são hardwares de controle direto, possuindo interface de entrada e saída com dispositivos elétricos, enquanto os microprocessadores costumam ser empregados em computadores controlando periféricos através de um barramento.

Inicialmente os microcontroladores eram utilizados principalmente em aplicações de automação industrial, porém, atualmente são aplicados em diversas áreas. Alguns modelos se tornaram populares, como o Arduino, o ESP8266 e mais recentemente o ESP32. Todos têm características de baixo custo e consumo de energia, facilidade de programação e implementação relativamente fácil.

As placas de desenvolvimento, chamadas de NodeMCU ESP8266 e ESP32, da Espressif, são exemplos de circuitos que além da interface Wi-Fi, possuem interface de entradas e saídas, tanto digitais quanto analógicas, atuando como microcontroladores., e

sendo opções adequadas para aplicações IoT, permitindo a utilização de diversos protocolos de comunicação como o MQTT.

### 2.3 Protocolo MQTT

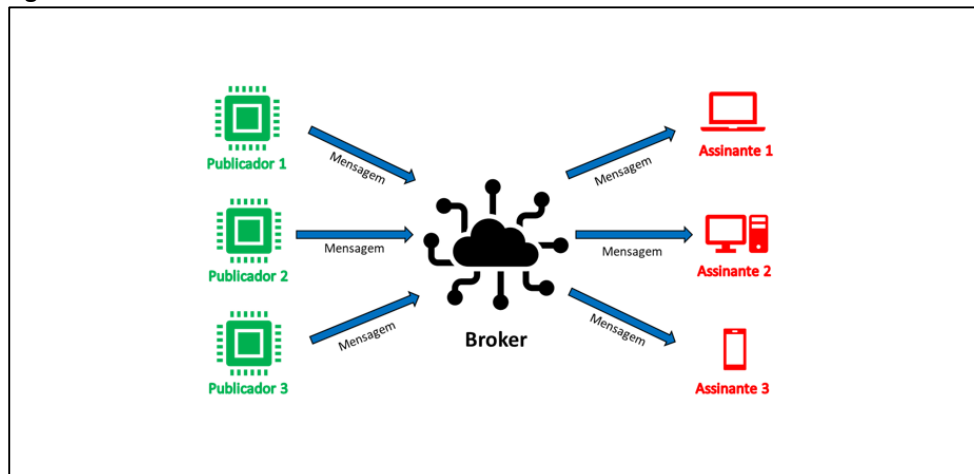
Para que exista a comunicação entre dispositivos através da Internet é necessário utilizar um protocolo de comunicação, que estabelece regras e padroniza o processo de envio e recebimento de dados. Existem diversos protocolos que podem ser aplicados em sistemas IoT, destacando o protocolo o Transporte de Telemetria do Serviço de Enfileiramento de Mensagens (*Message Queuing Telemetry Transport* - MQTT).

O MQTT foi criado pela IBM para ser utilizado de maneira simples, dispensando a exigência de alta capacidade de processamento, o que viabiliza sua utilização em microcontroladores.

Seu funcionamento baseia-se no protocolo TCP/IP, fazendo uso do sistema cliente e servidor, permitindo que o cliente possa tanto publicar quanto receber informações, enquanto o servidor atua na administração dos dados. A comunicação acontece por meio de um modelo denominado *Publish-Subscribe* (Publicação-Assinatura).

No modelo *Publish-Subscribe*, mostrado na figura 5, o servidor é chamado de *Broker*, e atua filtrando e direcionando as mensagens, de modo que o *Publisher* (Publicador) não precisa conhecer o *Subscriber* (Assinante) e vice-versa. Quando estiverem conectados ao mesmo *Broker*, as notificações de alterações de mensagens são enviadas a todos os assinantes inscritos sem a necessidade de requisição, enquanto a função de enviar os dados ao *Broker* fica destinada ao Publicador (OPC ROUTER, 2022, tradução nossa).

Figura 5 – Modelo *Publish-Subscribe*



Fonte: Adaptado pelo autor de Bertoleti (2016)

O protocolo MQTT permite que os elementos conectados ao *Broker* possam atuar tanto como Publicador como Assinante, permitindo que dispositivos IoT possam receber e enviar dados. Detalhando a ação do *Broker*, a distribuição das informações publicadas é organizada por tópicos, que podem ser definidos como locais onde as informações estarão disponíveis aos assinantes. Exemplificando, considere um dispositivo IoT que monitora a temperatura de um forno, e envia ao *Broker* o valor da temperatura atualizada a cada cinco segundos em um tópico específico, nesse caso, o dispositivo IoT está atuando como Publicador. Os dispositivos que estiverem conectados ao mesmo *Broker*, e forem assinantes

do mesmo tópico, receberão o valor da temperatura atualizado a cada cinco segundos, sem a necessidade de realizar uma requisição. Na prática o cliente Publicador, no caso o dispositivo IoT, não sabe quem são os assinantes, mas sabe que todos vão receber os dados atualizados. Enquanto os dispositivos cliente Assinantes não sabem a origem dos dados, mas sabem que estão sendo atualizados com o valor de interesse. Portanto o *Broker* é elemento principal que gerencia todo o processo de comunicação (OPC ROUTER, 2022, tradução nossa).

## 2.4 Método dos Elementos Finitos

O processo de dimensionamento de componentes mecânicos se baseia na realização de diversos cálculos envolvendo os conceitos de Resistência dos Materiais. Existem uma série de formulações matemáticas necessárias para obter-se resultados exatos. Tais formulações largamente utilizadas por engenheiros são construídas com base no estudo de equações diferenciais, sendo necessário conhecimentos matemáticos avançados para deduzi-las.

Para a resolução de problemas compostos por geometrias e condições de carregamento simples, se torna prático o uso das formulações desenvolvidas, como por exemplo, o dimensionamento de uma barra tracionada, ou então o dimensionamento de uma viga submetida a um carregamento constante.

Entretanto, as estruturas de importância prática, na maioria dos casos, são mais complexas, não sendo viável a aplicação de teorias clássicas, sendo necessário uma série de simplificações, o que tornaria os resultados pouco precisos. Resumindo, os métodos clássicos são capazes de produzir respostas exatas de cálculos de deslocamentos, deformações e tensões de estruturas em todos os seus infinitos pontos, porém são viáveis em estruturas básicas, que normalmente não se aplica a estruturas reais (AVELINO, 2009).

Logo, surge então o Método dos Elementos Finitos (MEF), que consiste em um método alternativo às teorias clássicas, que procura sanar esse impasse, onde se procura realizar procedimentos aproximados com a possibilidade de serem aplicados de forma geral.

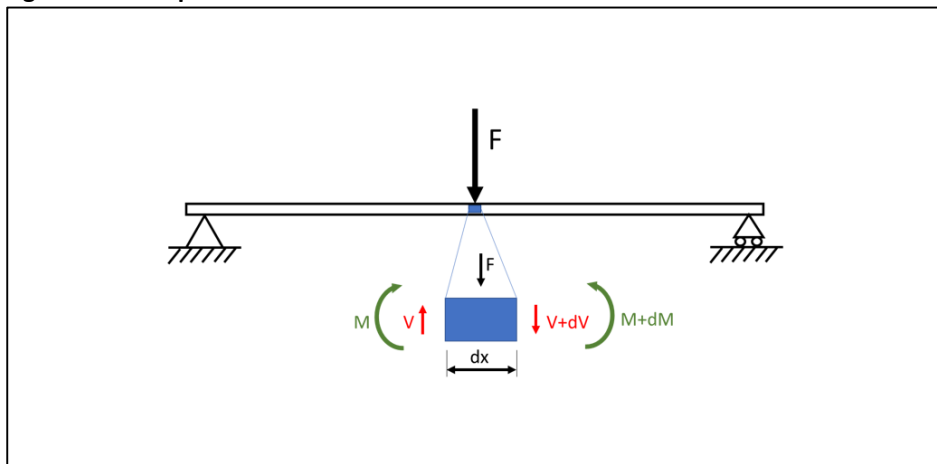
No geral, a ideia por trás MEF, está a aplicação de formulações clássicas a pequenas parcelas da geometria de interesse, que são chamadas de elementos finitos. Dessa forma, o problema pode ser resolvido numericamente, porém, quanto mais complexa forem a geometria e as condições, mais complexos os cálculos serão. No entanto, os cálculos são realizados de forma que podem ser implementados em softwares, que permitem efetuar-los de forma otimizada (CHANDRUPATLA e BELEGUNDU, 2014).

O conceito do MEF foi idealizado partindo do método que normalmente é aplicado para resolver problemas de grandes proporções. Devido às limitações humanas, é comum realizar a divisão de grandes problemas, em parcelas menores, e então analisar cada uma delas, ou seja, conhecendo o comportamento individual de cada parcela é possível conhecer o comportamento do problema todo.

### 2.4.1 Sistemas contínuos

Considerando um problema onde uma viga biapoiada, apoiada em dois pontos, suporta uma carga que se move ao longo da viga, a força devida à carga causa deformações na viga, que são distintas em cada ponto. A teoria clássica de Resistência dos Materiais sugere abordar tal problema de forma que a viga seja um suporte contínuo que se comporta de maneira elástica. No entanto, para realizar uma análise matemática do problema, costuma-se considerar, em um primeiro momento, um elemento diferencial da viga de comprimento muito pequeno, denominado  $dx$ . Sendo assim, é construído um diagrama de corpo livre do elemento de comprimento  $dx$ , contendo as forças e momentos relacionados ao restante da viga, conforme a figura 6. Para resolver problemas que envolvem diferenciais, necessita-se de equações que envolvam derivadas, logo utiliza-se as equações diferenciais.

Figura 6 – Exemplo de sistema contínuo



Fonte: Elaborado pelo autor

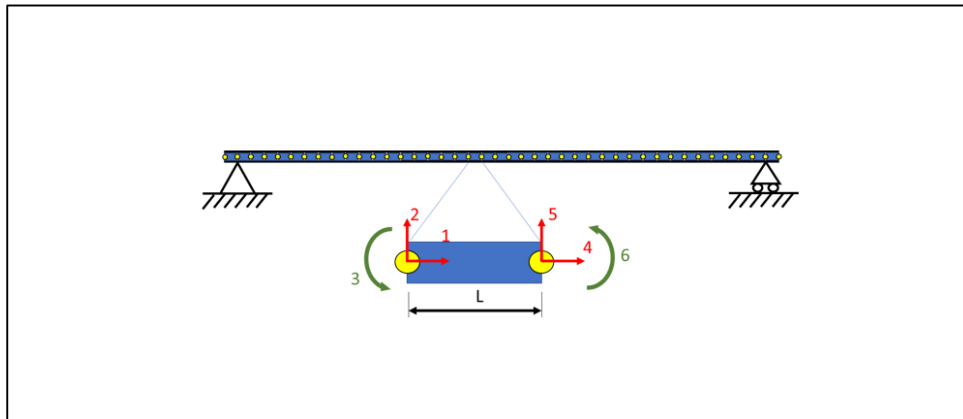
Portanto, a solução das equações diferenciais resulta em valores exatos, contabilizando os efeitos dos infinitos elementos que compõem a viga inteira, ou seja, conhecendo o comportamento de um elemento diferencial, é possível conhecer o comportamento de toda a viga. Entretanto, esta abordagem é aplicável apenas em problemas simplificados como no caso de uma simples viga biapoiada. Para os problemas mais próximos de situações reais, é necessária uma abordagem que envolva trabalhar com sistemas discretos.

### 2.4.2 Sistemas discretos

Com a finalidade de simplificar os cálculos, dispensando a necessidade de realização de cálculos diferenciais, o sistema contínuo é transformado em um sistema discreto. Considerando o exemplo anterior da viga biapoiada, ao invés de realizar a análise de um elemento  $dx$  de comprimento infinitesimal, pretende-se dividir a viga em elementos menores com comprimentos conhecidos conectados entre si.

Sendo assim, a estrutura de interesse estará representada por uma aproximação não exata, composta por uma série de elementos com comprimento finito (elemento finito), vinculados a outros elementos finitos por pontos discretos chamados de nós, cuja análise individual é simplificada, e costuma-se determinar os graus de liberdade do elemento, tanto de translação quanto de rotação, conforme a figura 7.

Figura 7 – Exemplo de sistema discreto



Fonte: Elaborado pelo autor

A maneira como os elementos finitos se comportam entre os nós depende do tipo de elemento, ou seja, se são molas, barras ou vigas, além de depender das propriedades a eles atribuídas, com destaque para as propriedades que definem a rigidez do elemento, como seção transversal e módulo de elasticidade do material.

Quando o problema é abordado através da discretização, são geradas, de forma simultânea, uma série de equações algébricas, que são organizadas na forma de matrizes, e processadas em conjunto através de computadores ou dispositivos digitais capazes de realizar os cálculos.

### 2.4.3 Matriz de rigidez de um elemento

No geral, o MEF procura analisar, especificamente, as forças aplicadas aos nós que ligam os elementos, bem como seus deslocamentos, tanto translacionais quanto rotacionais, causados pela ação dos esforços. Aplicando o conceito da Lei de *Hooke*, é possível relacionar os deslocamentos nodais às forças aplicadas através do módulo de elasticidade, também definida como a rigidez da estrutura.

Portanto, conhecendo a rigidez  $k$  de um elemento, é possível determinar o deslocamento  $u$  a partir da força  $F$  e vice e versa, através da equação 1.

$$F = k \cdot u \quad (1)$$

A rigidez é diferente para cada tipo de elemento. No caso das molas e barras, que são submetidas a esforços axiais (perpendiculares ao plano), a rigidez é definida pelas formas e dimensões, tendo apenas a rigidez axial. Enquanto no caso das vigas, sua forma e dimensões definem diversas componentes de rigidez com base na resistência à tração, flexão, torção e cisalhamento.

No ponto de vista computacional, a álgebra matricial é interessante, pois permite a resolução do sistema de equações de forma organizada. Desta maneira, as forças nodais atuantes no elemento são armazenadas em uma matriz coluna, da mesma forma que os deslocamentos nodais. Então, para que a multiplicação da equação 1 seja possível, no caso em que tanto as forças e os deslocamentos são matrizes colunas, a matriz  $k$  deve ser uma matriz quadrada cuja ordem seja igual a quantidade de forças ou deslocamentos, gerando a equação matricial 2.

$$\begin{bmatrix} F1 \\ F2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Fn \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{2n} \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ un \end{bmatrix} \quad (2)$$

A matriz de rigidez é formada de maneira diferente para cada tipo de elemento, porém todas elas são formadas a partir das dimensões e propriedades do material. Além disso, é necessário realizar uma transformação de coordenadas locais para globais, para permitir a análise dos elementos em conjunto, caso os elementos estiverem posicionados em ângulos diferentes entre si.

A matriz de rigidez do elemento de mola e de barra carregada axialmente, são montadas da mesma forma, através da rigidez  $k$  do elemento, e da posição relativa ao sistema global de coordenadas representadas pelo seno ( $n$ ) e do cosseno ( $m$ ), chegando à equação 3.

$$[K]e = k \begin{bmatrix} m^2 & mn & m^2 & -mn \\ mn & n^2 & -mn & n^2 \\ m^2 & -mn & m^2 & mn \\ -mn & n^2 & mn & m^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

A diferença está no fato de que no elemento de mola, a rigidez  $k$  consiste na constante elástica da mola, enquanto no elemento de barra a rigidez  $k$  é formada a partir do módulo de elasticidade ( $E$ ), da área da secção transversal ( $A$ ) e do comprimento ( $L$ ), conforme mostra a equação 4.

$$k \text{ (barra)} = \frac{EA}{L} \quad (4)$$

No caso das vigas, a matriz de rigidez é formada a partir do módulo de elasticidade ( $E$ ), do momento de inércia da secção transversal ( $I$ ) e do comprimento ( $L$ ), por meio das equações 5, 6 e 7, além do seno ( $n$ ) e do cosseno ( $m$ ), utilizados também para realizar a transformação de coordenadas locais para globais, gerando assim a equação 8.

$$\phi = \frac{12EI}{L^3} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{6EI}{L^2} \quad (6)$$

$$\rho = \frac{2EI}{L} \quad (7)$$

$$[K]e = \begin{bmatrix} \phi n^2 & -\phi mn & -\lambda n & -\phi n^2 & \phi mn & -\lambda n \\ -\phi mn & \phi m^2 & \lambda m & \phi mn & -\phi m^2 & \lambda m \\ -\lambda n & \lambda m & 2\rho & \lambda n & -\lambda m & \rho \\ -\phi n^2 & \phi mn & \lambda n & \phi n^2 & -\phi mn & \lambda n \\ \phi mn & -\phi m^2 & -\lambda m & -\phi mn & \phi m^2 & -\lambda m \\ -\lambda n & \lambda m & \rho & \lambda n & -\lambda m & 2\rho \end{bmatrix} \quad (8)$$

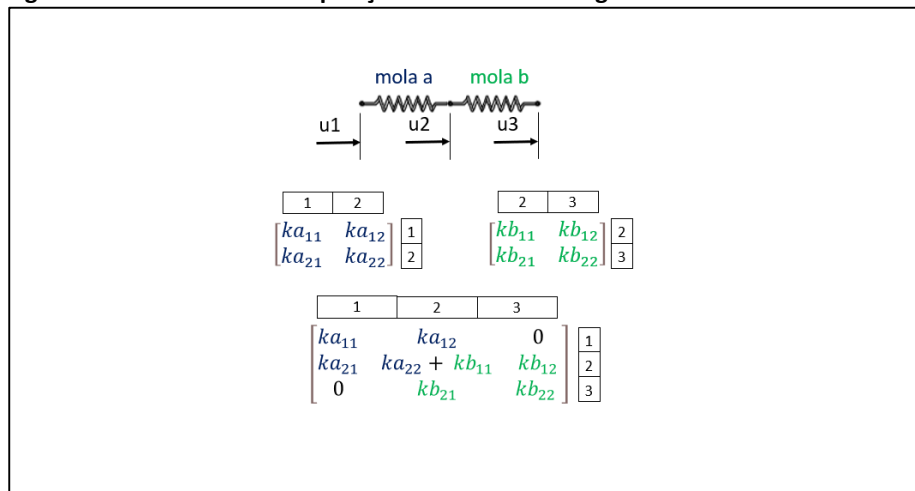
#### 2.4.4 Matriz de rigidez da estrutura

A formulação matricial de um elemento composta pelas matrizes de forças nodais, deslocamentos nodais e rigidezes do elemento, é válida para um problema composto por apenas um elemento, como uma mola, barra ou viga. No entanto, as estruturas são formadas por um conjunto de elementos interconectados pelos seus nós. Portanto, para determinar os deslocamentos ou forças de uma estrutura é necessário conhecer a matriz de rigidez da estrutura, formada a partir das matrizes dos elementos que a compõem.

Para determinar a matriz de rigidez da estrutura a partir das matrizes de rigidez dos elementos, é necessário aplicar leis fundamentais como a lei do equilíbrio, que estabelece que as forças externas aplicadas aos nós e as forças aplicadas pelos elementos nos nós devem se equilibrar, e a lei da compatibilidade, que estabelece que os nós conectados dos elementos compartilham do mesmo deslocamento, não permitindo que a estrutura abra.

A aplicação das leis fundamentais permite que a montagem da matriz de rigidez da estrutura seja realizada por meio do processo de sobreposição de matrizes de rigidez dos elementos da estrutura, conforme a figura 8.

Figura 8 – Processo de sobreposição de matrizes de rigidez



Fonte: Elaborado pelo autor

A posição de cada matriz na sobreposição, depende de como os elementos estão posicionados e conectados. Nesse processo é utilizado um vetor de localização para nortear a sobreposição. Este vetor é definido com base na numeração dos graus de liberdade da estrutura inteira.

Com a matriz de rigidez da estrutura, e conhecendo as forças aplicadas é possível determinar o deslocamento de todos os nós da estrutura. Basta realizar a inversão da matriz

de rigidez  $K$  e multiplicá-la pela matriz de forças  $F$ , o que resultará em uma matriz coluna  $U$  contendo os deslocamentos nodais, conforme a equação 9.

$$\{U\} = [K]^{-1}\{F\} \quad (9)$$

## 2.5 Realidade Aumentada

As tecnologias imersivas consistem em tecnologias que permitem expor o usuário a situações em que é possível ter a percepção de elementos virtuais de forma similar à realidade. Entre as principais tecnologias destacam-se a Realidade Virtual (RV) e a Realidade Aumentada (RA). A princípio, tais tecnologias eram aplicadas de forma exclusiva a sistemas de entretenimento, no entanto, com a crescente evolução, estão se tornando cada vez mais viáveis em aplicações práticas na indústria.

Tanto a Realidade Virtual quanto a Realidade Aumentada, atuam alterando a percepção que o usuário do sistema tem do mundo ao seu redor. Entretanto, cada uma age de forma de forma distinta.

Enquanto as aplicações de Realidade Virtual promovem a imersão virtual criando um ambiente completamente virtual, as aplicações de Realidade Aumentada (RA), ou em inglês *Augmented Reality* (AR) mantêm a sensação de que o usuário permaneça no ambiente real, sobrepondo elementos virtuais, de forma que aparentam fazer parte da realidade.

Os elementos virtuais sobrepostos são exibidos através de dispositivos que possuem câmera, e costumam ser vinculados, ou ancorados, à algum elemento real, como uma imagem impressa ou um plano qualquer, como o chão, uma parede ou uma mesa.

As aplicações de Realidade Aumentada podem ser executadas em dispositivos mais comuns, presentes no dia a dia, como *smartphones* e *tablets*, sendo mais acessíveis que as aplicações de Realidade Virtual, que para proporcionar uma experiência satisfatória exigem dispositivos dedicados de alto custo. Este motivo justifica o crescente número de aplicações de Realidade Aumentada nas mais variadas áreas, como entretenimento, manutenção de equipamentos, análise de protótipos, medicina e educação (LAMAS et al., 2018, tradução nossa).

Nas aplicações onde o elemento virtual é vinculado à uma imagem, a aplicação reconhece e localiza a imagem de interesse chamada de *target*. O software realiza a processamento e renderiza na tela, uma imagem contendo a cena captada pela câmera em tempo real com o elemento virtual situado na posição do *target*. O processo ocorre de maneira cíclica, produzindo um resultado onde o elemento virtual acompanha a posição do *target*, como se fizesse parte do ambiente (SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO, 2012).

Nas aplicações onde não há *target*, é possível que o sistema detecte planos na cena, como o piso, paredes, e objetos planos no geral. Após a detecção dos planos, é possível inserir elementos virtuais vinculados a esses planos em pontos específicos, definidos via código de programação ou por meio da interface com o usuário. Nesse caso, o usuário normalmente toca a tela do dispositivo em algum ponto contido no plano detectado, e então o elemento virtual é inserido e vinculado a esse ponto.

### 2.5.1 Unity

As aplicações RV e RA podem ser desenvolvidas por diversos meios, no entanto, os softwares destinados ao desenvolvimento de jogos, são os que produzem os melhores resultados por disponibilizarem diversos recursos de renderização. Entre os softwares se destaca o *Unity*, que consiste em uma ferramenta, relativamente intuitiva, que permite desenvolver jogos 2D e 3D para diversas plataformas.

Com o *Unity*, o desenvolvedor é capaz de criar ambientes e posicionar objetos clicando e arrastando-os, além de criar interações envolvendo conceitos da física, e inserir códigos fonte para controlar os eventos. Alguns objetos podem ser construídos no *Unity* apesar de não ser este seu objetivo, sendo necessária a criação dos objetos em softwares específicos de modelagem. O *Unity* permite também a manipulação de objetos 3D, alterando, via código de programação, a posição de cada nó da malha, além de aplicar cores de acordo com condições específicas. O *Unity* possui recursos específicos para desenvolvimento de aplicações de Realidade Virtual e de Realidade Aumentada, sendo atualmente uma das ferramentas mais utilizadas, e, portanto, possuindo uma comunidade ativa de desenvolvedores.

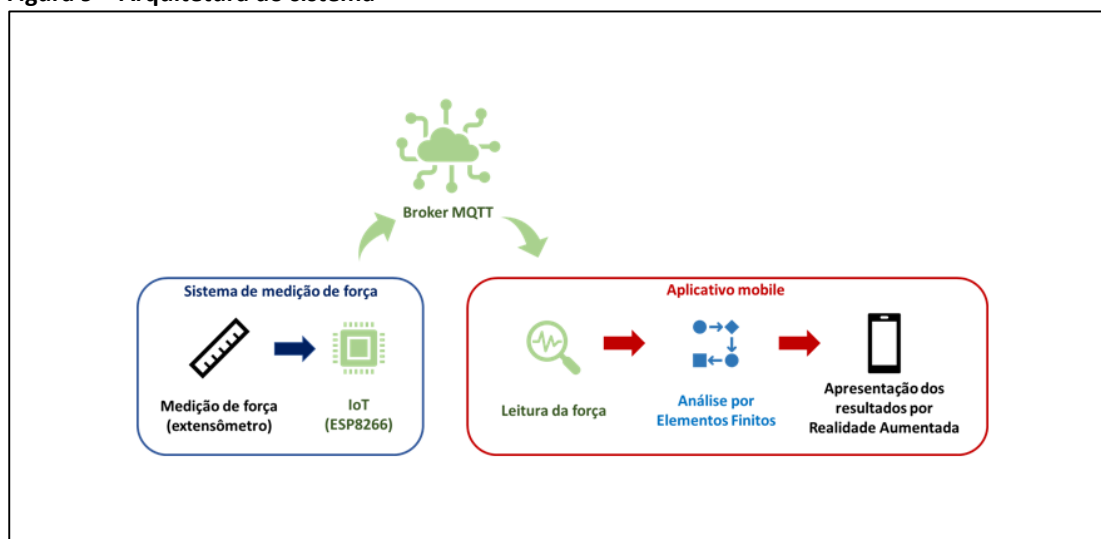
## 3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento prático e aplicação dos conceitos apresentados nesse artigo, foi desenvolvido um sistema IoT de medição de força composto por quatro partes: Sistema para medição de força, sistema de comunicação via protocolo MQTT, análise por elementos finitos e apresentação dos resultados por Realidade Aumentada.

### 3.1 Arquitetura do sistema desenvolvido

A aplicação desenvolvida se baseia na integração de diversas tecnologias ilustrada na arquitetura mostrada na figura 9.

Figura 9 – Arquitetura do sistema



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.1.1 Medição de força

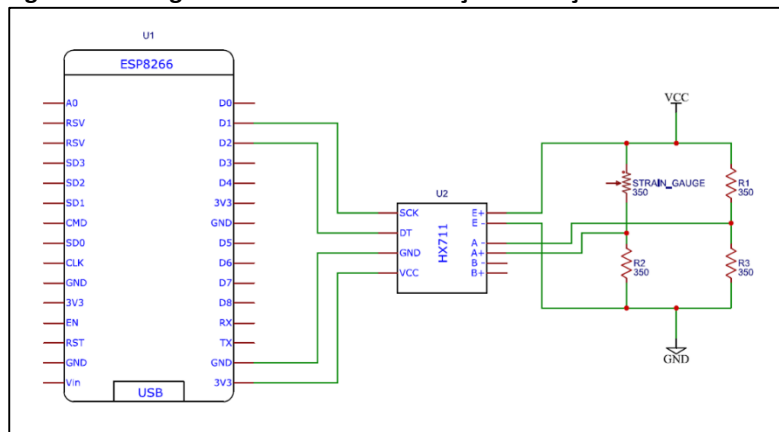
O sistema de medição de força consiste em um circuito composto por um extensômetro instalado em uma *Ponte de Wheatstone*, um circuito integrado HX711 e uma placa ESP 8266.

O objeto físico analisado foi uma régua acrílica de 20 centímetros fixada em uma das extremidades, deixando como comprimento livre 11 centímetros do seu comprimento, e submetida a uma força em sua extremidade livre. Este arranjo caracteriza uma viga engastada, ou viga em balanço.

O extensômetro (*Strain Gauge*) de  $350\ \Omega$  foi colado a 10 centímetros da extremidade livre, e instalado a uma *Ponte de Wheatstone* contendo três resistores de  $350\ \Omega$ . A Ponte de Wheatstone foi alimentada com 3,3V disponível na placa ESP8266, e seu sinal de saída foi direcionada a entrada do circuito integrado HX711. Assim como a *Ponte de Wheatstone*, o CI HX711 também foi alimentado com a tensão de 3,3V da placa ESP8266.

O CI HX711 envia o sinal analógico já convertido para digital, através de dois pinos: o SCK ligado ao pino D1, e o DT ligado ao pino D2. Os pinos D1 e D2 escolhidos foram configurados no código da placa ESP8266. A figura 10 ilustra as ligações realizadas.

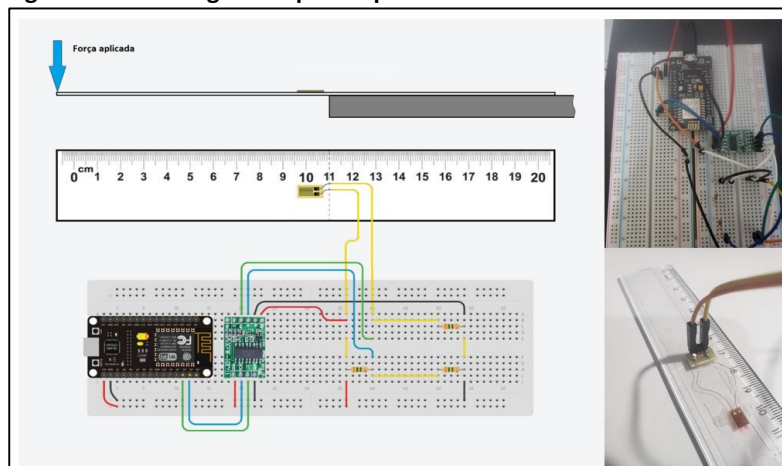
Figura 10 – Diagrama do circuito de medição de força



Fonte: Elaborado pelo autor

O protótipo apresentado foi montado em um protoboard de acordo com a figura 11.

Figura 11 – Montagem do protótipo



Fonte: Elaborado pelo autor

O CI HX711 possui uma biblioteca específica para Arduino, que permite a realização de calibração e leitura dos dados. Para realizar a calibração foi necessário utilizar um valor de força conhecido. No caso foi utilizada uma garrafa contendo água. Em um primeiro momento foi pendurada a garrafa vazia, e o sistema foi iniciado. Através do monitor serial da IDE do Arduino, foi possível verificar a leitura atual do extensômetro (QUADROS, 2021).

Em seguida, foi adicionado 250ml de água na garrafa, que equivale a 250g, e resulta a uma força aplicada de 2,452N na extremidade da viga. Acompanhando a variação apresentada no terminal, verificou-se um valor distinto e constante, indicando que o sistema se mostrou operante. Para realizar a calibração divide-se o valor atual lido pelo valor da força aplicada, resultando em um valor de calibração a ser inserido no programa da placa ESP8266. Após a inserção, o valor passa a ser o valor da força aplicada.

O código desenvolvido para medição de força foi baseado na solução desenvolvida por Quadros (2021).

### **3.1.2 Sistema de comunicação via protocolo MQTT**

Com o valor da força aplicada na viga, é necessário enviá-lo para um *Broker* MQTT. Primeiramente, é necessário realizar a conexão com alguma rede Wi-Fi com acesso à Internet. Após a conexão, é necessário realizar a conexão com o *Broker* MQTT. Foi escolhido o *Broker* gratuito chamado HiveMQ (<https://www.hivemq.com/>), que permite a criação de tópicos para publicar e acessar os dados.

Com a conexão com o *Broker* estabelecida, foi criado um tópico utilizando um código de Identificação Universal Único (*Universal Unique Identification* – UUID) para publicar a força lida. Como se trata de um *Broker* público, a utilização do UUID é necessária, pois caso ocorra a coincidência de outra aplicação utilizar o mesmo tópico, uma das aplicações não será desconectada.

Sendo assim, foi criada uma lógica no ESP8266 para que sempre que a força lida seja alterada, o valor será publicado no tópico, para evitar inconsistências no envio dos dados, e para evitar o envio desnecessário, reduzindo a utilização de recursos de rede.

O código desenvolvido para comunicação MQTT foi baseado na solução desenvolvida por Bertoleti (2016).

### **3.1.3 Análise por Elementos Finitos**

O aplicativo desenvolvido no software *Unity* é programado na linguagem C# (*C Sharp*), e tem a função de realizar três tarefas distintas: a leitura da força aplicada via MQTT, a análise por elementos finitos e a apresentação dos resultados por RA.

A primeira tarefa consiste em obter o dado de entrada para efetuar a análise por elementos finitos. Portanto, é a tarefa que inicia o processo interno do aplicativo.

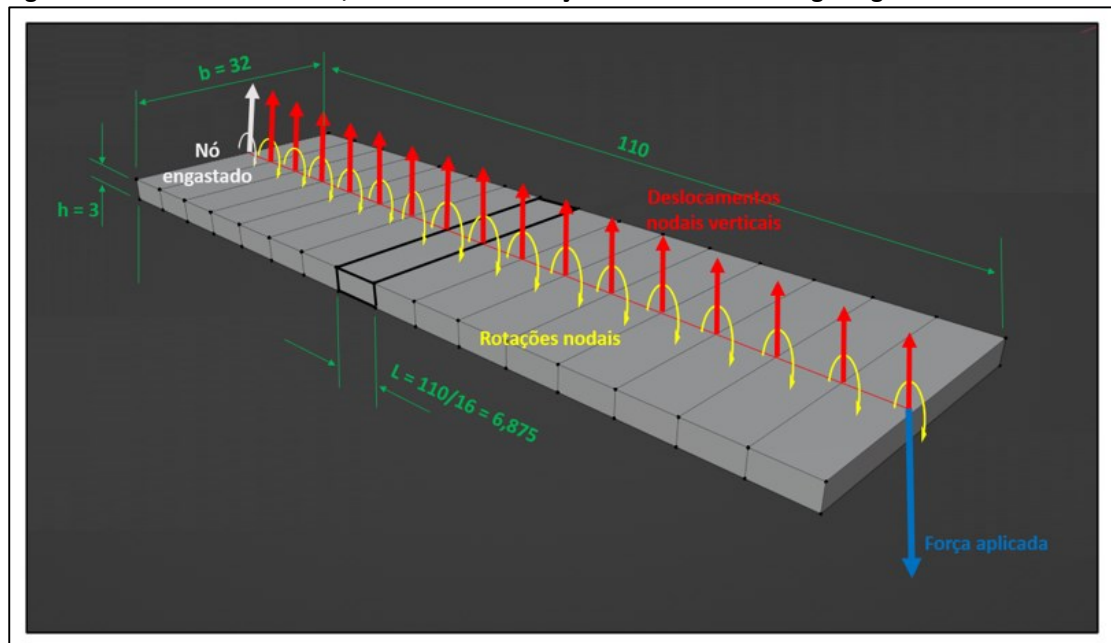
Primeiramente, o código desenvolvido estabelece a conexão com o mesmo *Broker* MQTT que o sistema de medição de força está conectado, no caso o HiveMQ. Em seguida, realiza a assinatura no mesmo tópico onde a força será publicada, ou seja, quando a sistema de medição identificar que houve alteração na força aplicada, e publicar o novo valor, o aplicativo em questão receberá automaticamente esse valor, mesmo sem realizar uma requisição. Com o valor da força obtido, o código desenvolvido inicia as ações para determinar os deslocamentos nodais da estrutura em análise por meio da Análise por Elementos Finitos.

Tal análise parte da premissa de discretizar o objeto, no caso a viga engastada, em 16 elementos do tipo viga, resultando em 17 nós, de modo que o primeiro nó estará engastado, ou seja, seu deslocamento vertical e de rotação serão nulos, e o nó da extremidade oposta será submetido a força vertical aplicada obtida através do protocolo MQTT.

Foi considerado para a análise os elementos de viga sendo submetidos a forças cortantes e momentos fletores, desconsiderando cargas axiais e torcionais.

Com os graus de liberdade definidos, foram determinadas as propriedades da viga, definindo as dimensões  $b$ ,  $h$  e  $L$  dos elementos de viga, e o módulo de elasticidade ( $E$ ) do material, que no caso, por ser acrílico, possui valor na ordem de 3,2GPa.

Figura 12 – Graus de liberdade, dimensões e condições de contorno da viga engastada.



Fonte: Elaborado pelo autor

Aplicando a fórmula do elemento de viga exposto na equação 8, as matrizes dos elementos foram criadas. Como todos os 16 elementos são idênticos, as matrizes de rigidez dos elementos também são. A matriz de rigidez foi então formada a partir das matrizes dos elementos pelo método da sobreposição, respeitando os vetores de localização, seguindo o processo da figura 8. Considerando as condições de contorno impostas, a matriz coluna das forças também foi formada. A matriz coluna dos deslocamentos e rotações, que se trata da incógnita do problema, foi formada com os graus de liberdade da estrutura inteira, completando assim a equação 2.

Sendo assim, com as matrizes definidas, foi realizada a inversão da matriz de rigidez, e em seguida a multiplicação pela matriz coluna de forças, de acordo com a equação 9, resultando na matriz coluna de deslocamentos e rotações ( $U$ ).

A matriz coluna de deslocamentos ( $U$ ) calculada traz os deslocamentos verticais e rotações de cada nó. Como para a aplicação há interesse apenas nos deslocamentos verticais, foi criada uma rotina para extrair apenas os deslocamentos verticais da matriz.

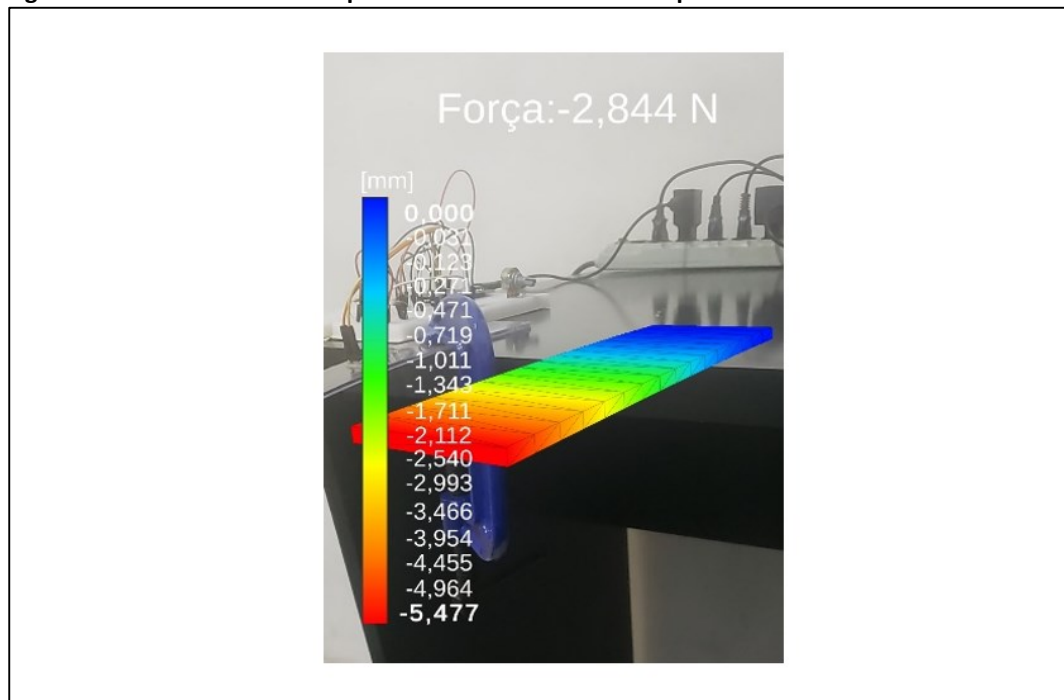
O aplicativo manipula o posicionamento dos nós do objeto virtual de interesse. Desta maneira, de posse dos deslocamentos nodais da estrutura, foi implementada uma lógica para deslocar os nós do objeto 3D. O objeto 3D virtual é composto por diversos nós, sendo que uma série deles estão alinhados na mesma coordenada longitudinal, ou seja, fazem

parte do mesmo nó da análise realizada por Elementos Finitos. Para que represente de maneira satisfatória a deformação causada pela força, foi necessário agrupá-los e em seguida foi aplicado uma translação vertical absoluta em cada grupo com o respectivo deslocamento nodal da matriz.

Para cada novo valor de intensidade de força recebido, uma nova análise por Elementos Finitos é realizada, e conseqüentemente uma nova translação vertical absoluta é realizada, atualizando a deformação da estrutura virtual.

Os resultados da análise por Elementos Finitos costumam ser apresentados com o auxílio de cores, desta maneira, foi utilizado um recurso gráfico no *Unity* para alterar a cor do objeto na região de cada um dos nós, de maneira relativa ao deslocamento vertical conforme mostra a figura 13.

**Figura 13 – Resultados sendo apresentados na interface do aplicativo**



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.2 Aplicativo de Realidade Aumentada

O aplicativo de Realidade Aumentada foi desenvolvido no software *Unity*, utilizando os recursos do *AR Foundation*, que consiste em um conjunto de ferramentas integradas e disponíveis no *Unity*, que permitem a implementação de recursos de Realidade Aumentada.

Basicamente foi utilizado dois recursos principais: o reconhecimento de planos e ancoragem. Além dos recursos do *AR Foundation*, foi implementada uma interface com o usuário, para apresentar os resultados numéricos e permitir controle sobre os planos detectados.

#### 3.2.1 Reconhecimento de planos

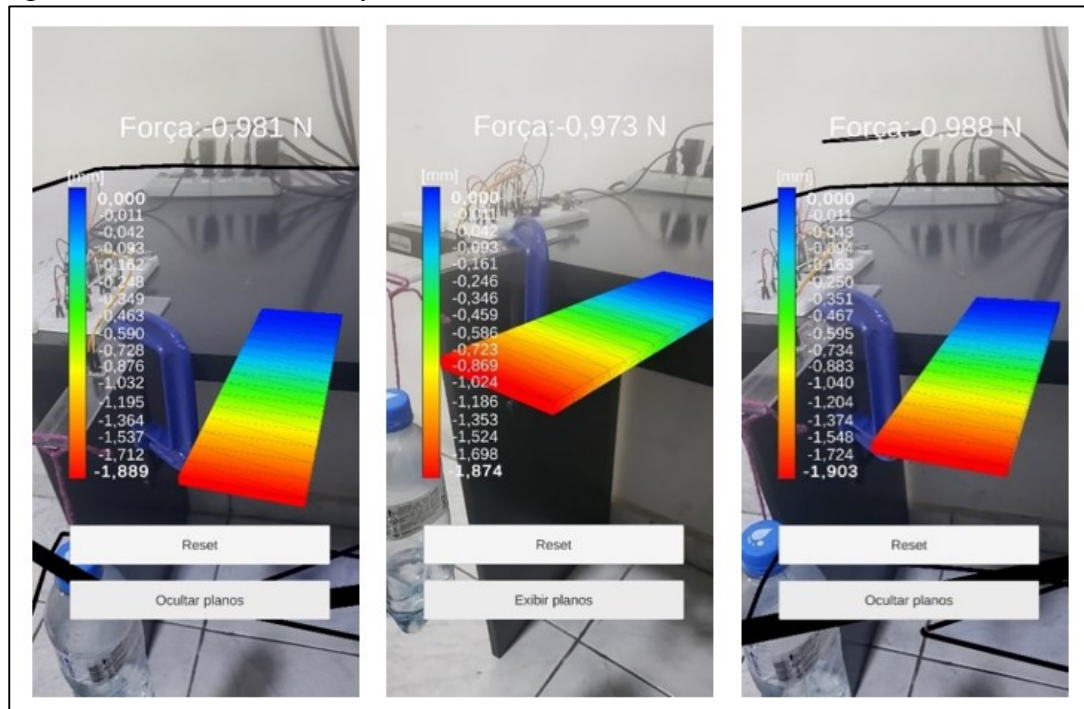
O recurso de reconhecimento de planos, permite que o usuário, ao movimentar o dispositivo móvel com câmera, rastreando o ambiente, consiga reconhecer planos, inserindo

objetos virtuais que se expandem conforme os planos vão sendo reconhecidos. Os objetos inseridos são elementos virtuais de RA e ficam vinculados aos planos da cena real.

O sistema é capaz de reconhecer planos horizontais e verticais, que podem ser ocultados ou revelados por meio de linhas de código. Na aplicação desenvolvida, o recurso foi implementado com o objetivo de definir os possíveis planos para a inserção do objeto 3D principal que representa a viga engastada deformada.

O recurso pode reconhecer vários planos simultaneamente, dependendo da cena real, o que pode poluir visualmente o resultado que está sendo apresentado ao usuário. Portanto, foi adicionado um botão na interface com o usuário para ocultar ou exibir os planos detectados, conforme a figura 14, que mostra o plano sendo exibido e ocultado.

Figura 14 – Reconhecimento de planos



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.2.2 Ancoragem

Normalmente, quando um objeto de RA é inserido em uma cena, precisa se manter estático, de modo que o usuário possa mover o dispositivo móvel ao redor, sem que o objeto se mova também, ou seja, precisa estar ancorado em algum ponto.

Sendo assim, existem formas diferentes para obter a ancoragem. O sistema pode rastrear uma imagem conhecida e ancorar o objeto na posição dessa imagem, pode posicionar o objeto em coordenadas específicas definidas via código, ou pode posicionar o objeto em um plano conhecido.

No sistema desenvolvido, foi utilizado um recurso chamado *Raycast*. Quando o usuário toca a tela, este recurso produz um feixe virtual perpendicular à tela, e o objeto é posicionado onde foi realizado o toque. Desse modo, quando esse feixe colide com um dos planos reconhecidos previamente, é criada uma âncora (*Anchor*), e em seguida o objeto 3D é renderizado nesta âncora, permanecendo nessa posição, independentemente da posição

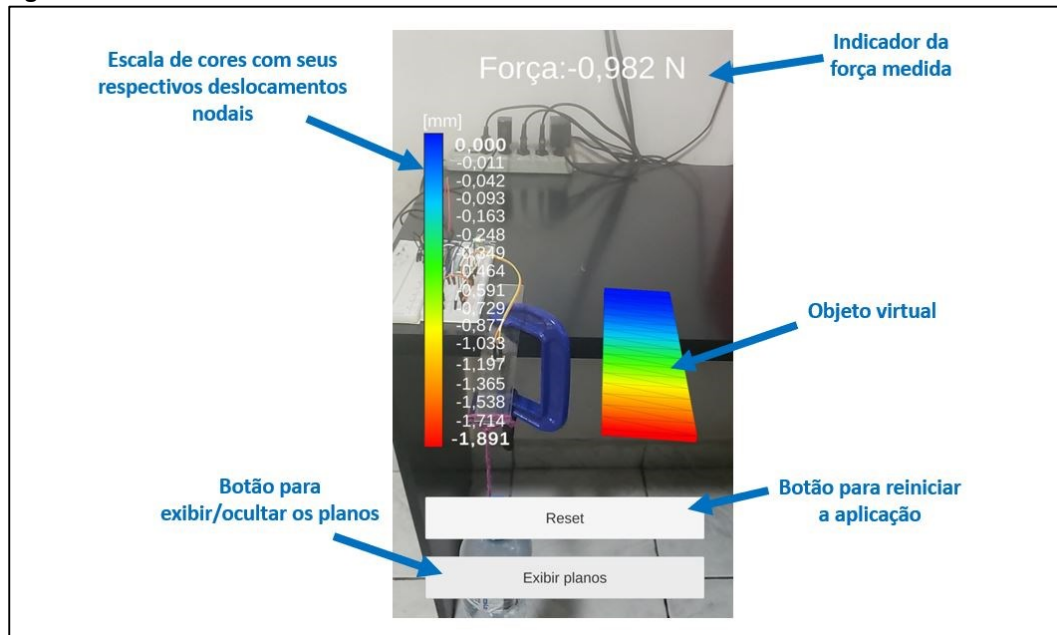
real do dispositivo. Portanto, o usuário cria a âncora do objeto tocando a tela do dispositivo após o reconhecimento do plano.

### 3.2.3 Interface com o usuário

A interface com usuário apresenta a intensidade da força aplicada à viga em tempo real, obtida pelo protocolo MQTT, os resultados dos deslocamentos nodais obtidos na análise de Elementos Finitos, além de possuir o botão de controle de visualização dos planos e um botão de reset para reinicializar a aplicação conforme mostra a figura 15.

Os resultados da análise de Elementos Finitos costumam ser apresentados por meio de uma escala de cores. O objeto virtual representando a viga engastada deformada, recebe diversas cores conforme o deslocamento nodal da região. Foi inserida na interface uma escala de cores com seus respectivos valores, de modo que o usuário consiga analisar qual foi o deslocamento nodal em milímetros (mm) para cada região da viga.

Figura 15 – Interface com o usuário



Fonte: Elaborado pelo autor

### 3.3 Testes realizados

Para validar os resultados numéricos e compará-los com valores teóricos, foram realizados testes utilizando 3 massas conhecidas. Para as massas, foi utilizado o mesmo artifício para calibrar o sistema, ou seja, uma garrafa com uma quantidade conhecida de água.

A massa específica da água é de 1g/ml, portanto, foi inserido na garrafa para cada teste, 100ml, 200ml e 300ml, resultando respectivamente as massas de 100g, 200g e 300g.

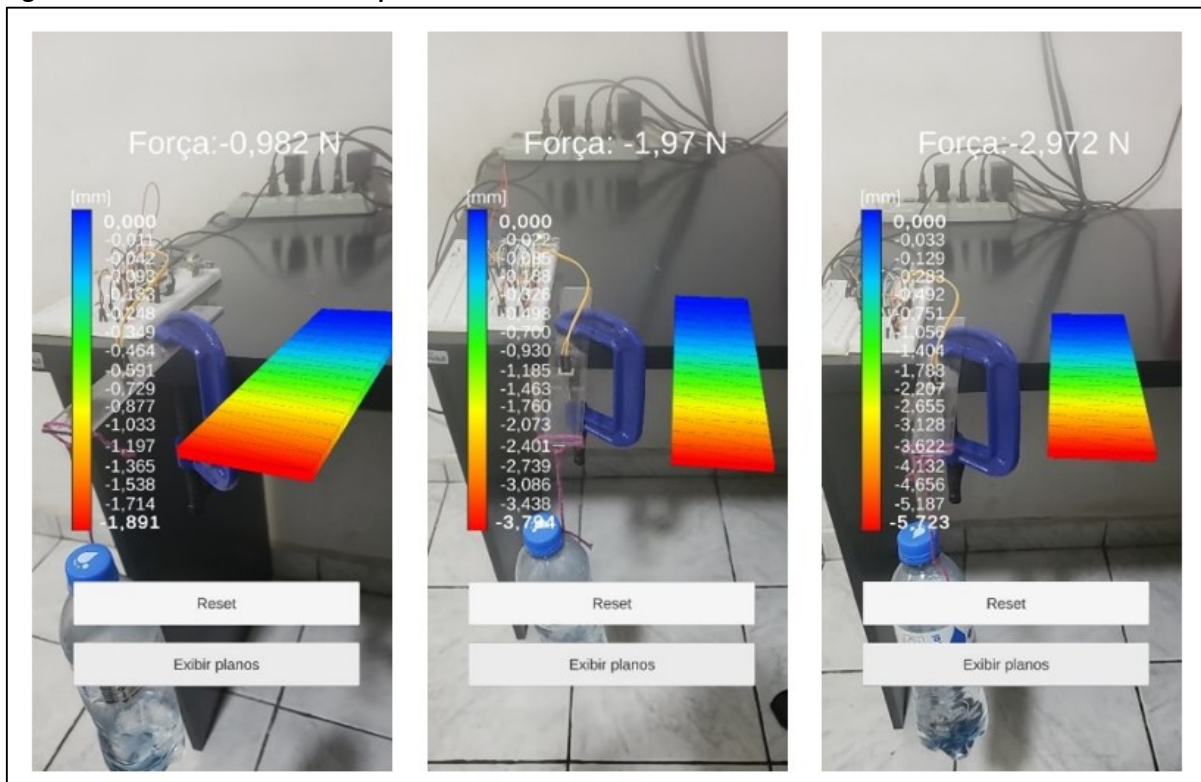
O objetivo dos testes é obter as flechas máximas, também denominados como deslocamento vertical máximo da viga, para cada caso testado, além de realizar os cálculos teóricos com a equação da flecha máxima para viga engastada com força cortante aplicada na extremidade, e então comparar com os valores apresentados pela aplicação.

Além disso, foram realizadas simulações de deformação por Elementos Finitos no software *Ansys Workbench*, nas mesmas condições do experimento, também com o objetivo de comparar os valores obtidos nas simulações com os da aplicação.

#### 4 RESULTADOS OBTIDOS

Os testes do sistema desenvolvido se mostraram satisfatórios em ambas as comparações, indicando que as formulações utilizadas foram válidas para o experimento, conforme mostra a figura 16.

Figura 16 – Resultados dos três experimentos



Fonte: Elaborado pelo autor

##### 4.1 Comparação dos resultados com cálculos teóricos

A flecha máxima de vigas é estimada por fórmulas distintas para cada situação, de acordo com a posição e os tipos dos vínculos de apoio, além das posições e características dos carregamentos.

No caso da viga engastada com uma única força cortante posicionada na extremidade, a equação 10 permite calcular a flecha máxima ( $y$ ) (BEER et al., 2015).

$$y = \frac{P.L^3}{3EI} \quad (10)$$

Na equação,  $P$  é a intensidade da força aplicada,  $L$  é comprimento da viga,  $E$  é o módulo de elasticidade do material e  $I$  é o momento de inércia da seção transversal da viga, que para seções retangulares, é calculada através da equação 11, onde  $b$  é a largura e  $h$  a altura da seção retangular (BEER et al., 2015).

$$I = \frac{b.h^3}{12} \quad (11)$$

A tabela 1 mostra os resultados teóricos obtidos comparados com os dados da aplicação.

**Tabela 1 – Comparação dos resultados teóricos com os resultados da aplicação**

Massa [kg]	Força teórica [N]	Força medida [N]	Flechas máximas [mm]	
			Teórico	Aplicação
0,100	0,981	0,982	1,889	1,891
0,200	1,962	1,970	3,778	3,794
0,300	2,943	2,972	5,667	5,723

Fonte: Elaborado pelo autor

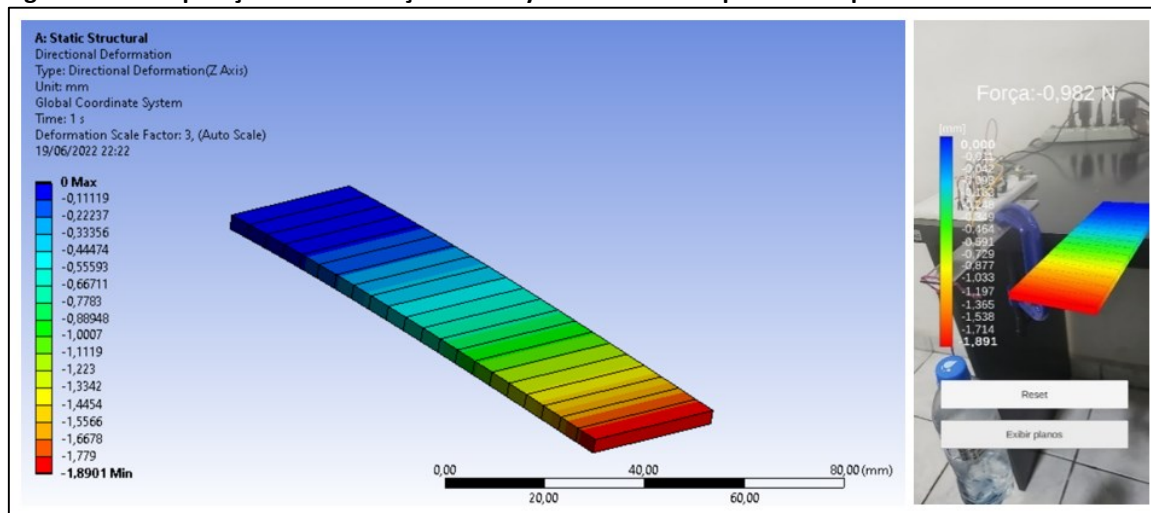
#### 4.2 Comparação dos resultados com simulação realizada no *Ansys Workbench*

O software *Ansys Workbench* consiste em uma das ferramentas mais utilizadas e confiáveis, para simulações por Análise de Elementos Finitos em diversos segmentos, como Mecânica dos Sólidos, Mecânicas do Fluídos, Transmissão de Calor, Eletromagnetismo, entre outros.

A simulação do *Ansys Workbench* foi realizada criando um modelo 3D no próprio software, com as mesmas dimensões da viga real. E configurada a intensidade da força aplicada para cada simulação.

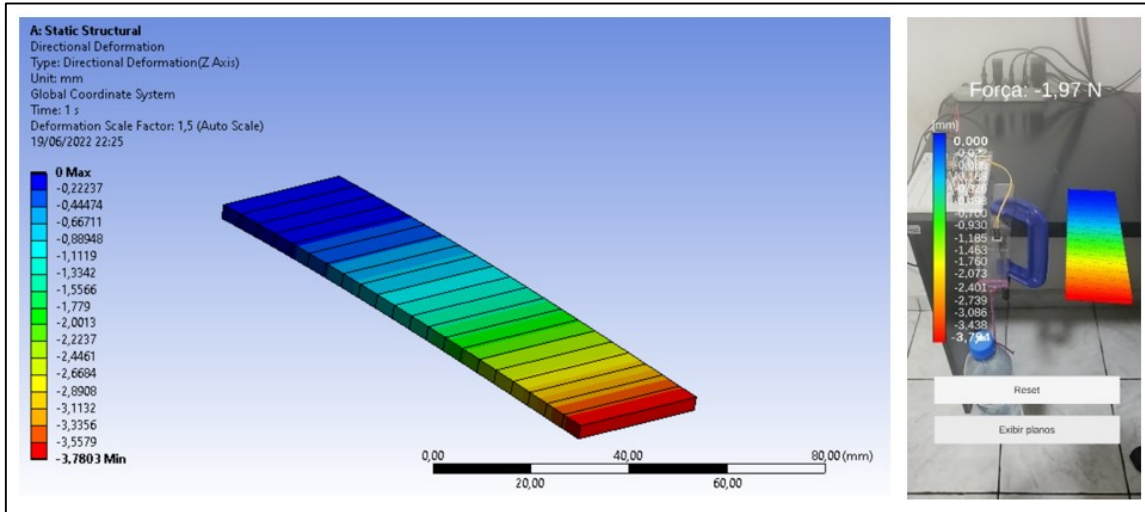
Observa-se nas figuras 17, 18 e 19, que os resultados obtidos na simulação realizada no *Ansys Workbench* estão coerentes com os resultados apresentados pela aplicação.

**Figura 17 – Comparação com simulação no Ansys Workbench do primeiro experimento**



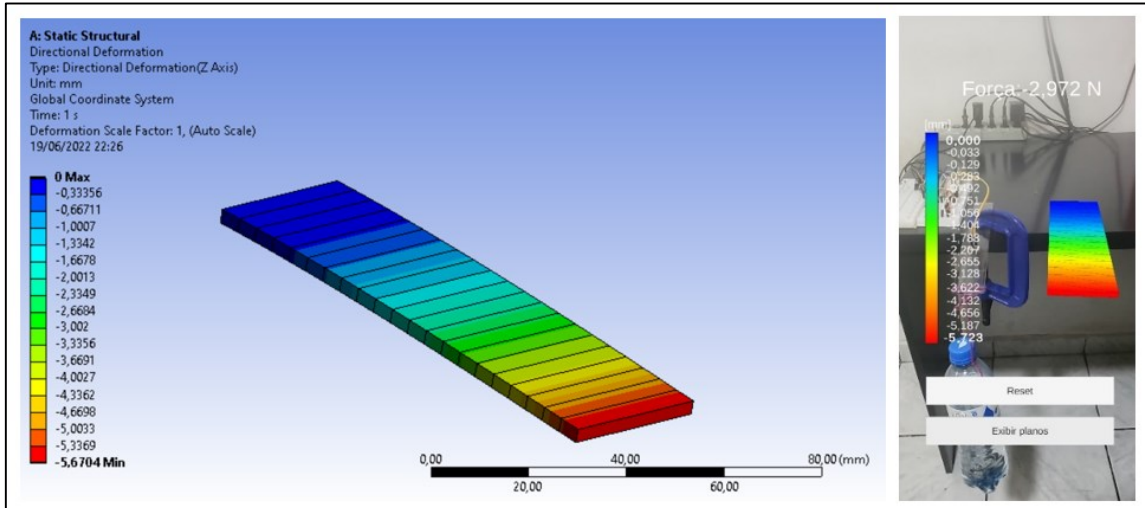
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 18 – Comparação com simulação no Ansys Workbench do segundo experimento



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 19 – Comparação com simulação no Ansys Workbench do terceiro experimento



Fonte: Elaborado pelo autor

## 5 CONCLUSÃO

Os testes e resultados obtidos mostraram que as análises por Elementos Finitos implementadas na aplicação foram validadas, por terem apresentados resultados praticamente idênticos aos teóricos e aos simulados no software *Ansys Workbench*. As pequenas diferenças observadas, são justificadas por flutuações devido à carga não ser completamente estática, e por possível imprecisão na carga real aplicada.

A aplicação realizada neste protótipo, conseguiu apresentar por Realidade Aumentada os resultados esperados em tempo real. Ou seja, conforme a força aplicada é alterada, o aplicativo recebe o valor atualizado do sistema IoT, realiza a análise por Elementos Finitos, e atualiza os resultados na interface com o usuário.

O conceito pode ser extrapolado para problemas de maior complexidade, como objetos 3D complexos ao invés de simples elementos lineares, sendo que um dos maiores desafios será manipular o objeto 3D na aplicação, mapeando os nós do modelo 3D utilizado. Além disso, quanto maior for a quantidade de elementos, bem maiores, e mais complexos,

serão os cálculos, já que o sistema terá que efetuar, o que poderá limitar a aplicação, aumentando o tempo necessário para atualizar os resultados exibidos ao usuário.

O conceito pode ser aplicado em análises por Elementos Finitos de problemas de Transferência de Calor e Mecânica dos Flúidos, sendo uma possível linha de pesquisa para trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS

ANDOLFATO, R. P.; CAMACHO, J. S.; BRITO, G. A. **Extensometria básica**. Ilha Solteira: UNESP, 2004. Disponível em:

<https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariacivil/nepae/extensometria-basica.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2022.

AVELINO, A. F. **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE**. 6. ed. São Paulo: Érica, 2009.

AVIA SEMICONDUCTOR. **HX711 datasheet**. 2022. Disponível em:

[https://cdn.sparkfun.com/datasheets/Sensors/ForceFlex/hx711\\_english.pdf](https://cdn.sparkfun.com/datasheets/Sensors/ForceFlex/hx711_english.pdf). Acesso em: 01 jun. 2022.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mecânica dos materiais**. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2015.

CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU, A. D. **Elementos finitos**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2014.

BERTOLETI, Pedro. Controle e monitoramento IoT Nodemcu e MQTT. **Blog Filipeflop**. 2016. Disponível em: <https://www.filipeflop.com/blog/controle-monitoramento-iot-nodemcu-e-mqtt/>. Acesso em: 02 jun. 2022.

HBM. **O circuito de Ponte de Wheatstone explicado**. 2022. Disponível em:

<https://www.hbm.com/pt/7163/circuito-de-ponte-de-wheatstone/>. Acesso em: 01 jun. 2022.

HIVEMQ. **HiveMQ MQTT Broker**. 2022. Disponível em: <https://www.hivemq.com/>. Acesso em: 02 jun. 2022.

JAKL, A.; SCHÖFFER, L.; HUSINSKY, M., WAGNER, M. Augmented reality for Industry 4.0: architecture and user experience. **CEUR-WS**, v. 2299, p. 38-42, 2019. Disponível em <http://ceur-ws.org/Vol-2299/paper5.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2022.

LAMAS, P. F.; CARAMÉS, T. M. F.; NOVOA, O. B.; MONTESINOS, M. A. V. A review on industrial augmented reality systems for the Industry 4.0 shipyard. **IEEE Access**, v. 6, p. 13358-13375, 2018. Disponível em:

<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8298525/>. Acesso em: 10 jun. 2022.

LEARNCHANNEL. **Ponte de Wheatstone com strain gauges**. 2022. Disponível em: <https://learnchannel-tv.com/pb/sensor/wheatstone-bridge/wheatstone-bridge-with-strain-gauge/>. Acesso em: 03 jun. 2022.

MAZZER, D.; FRIGIERI, E. P.; PARREIRA, L. F. C. G. Protocolos M2M para ambientes limitados no contexto do IoT: uma comparação de abordagens. Santa Rita do Sapucaí: Instituto Nacional de Telecomunicações, 2015. Disponível em: <https://www.inatel.br/smartcampus/imgs/protocolos-para-iot-pt.pdf>. Acesso em: 07 jun. 2022.

NACHAZEL, TED. What is a strain gauge and how does it work? **Michigan Scientific Corporation**. 13 August 2020. Disponível em : <https://www.michsci.com/what-is-a-strain-gauge/>. Acesso em: 06 jun. 2022.

OPC ROUTER. **What is MQTT?** 2022. Disponível em: <https://www.opc-router.com/what-is-mqtt/>. Acesso em: 08 jun. 2022.

QUADROS, Daniel. Aprenda a construir uma balança com Arduino e módulo HX711. **Blog Filipeflop**. 2021. Disponível em: <https://www.filipeflop.com/blog/aprenda-a-construir-uma-balanca-com-arduino-e-modulo-hx711/>. Acesso em: 02 jun. 2022.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO. **Tendências e técnicas em realidade virtual e aumentada**. Porto Alegre: SBC, 2012.

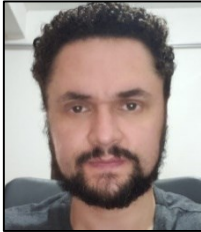
## AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família que sempre contribuiu para o meu constante aprendizado. Agradeço a Deus, aos professores do departamento de Engenharia Mecânica da FEI, e aos professores da pós-graduação de Indústria 4.0 da Faculdade SENAI de Tecnologia Mecatrônica.

## SOBRE OS AUTORES

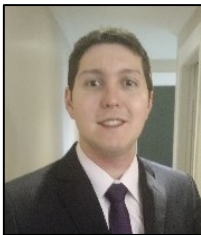
---

### <sup>i</sup> RICARDO GOMES MIGUEL (Aluno)



Graduado em Engenharia Mecânica com Ênfase em Automobilística pelo Centro Universitário da FEI (2019). Graduado em Tecnologia Mecatrônica pela Faculdade de Tecnologia Termomecânica (2011). Técnico em Mecatrônica pela escola SENAI "Armando de Arruda Pereira" (2009). Formado em Processos de Usinagem e Ferramentaria de corte dobra e repuxo pela escola SENAI "Almirante Tamandaré" (2006). Atuou em processos de fabricação em indústria de prestação de serviços. Possui experiência em educação profissional, nas áreas de automação industrial, tecnologia metalmeccânica, tecnologia dos materiais, eletroeletrônica e projetos. Atualmente é especialista em tecnologia no Instituto SENAI de Tecnologia de São Caetano do Sul - SP, atuando em soluções para empresas na área de Tecnologia da Informação, participando de projetos de inovação e realizando divulgação e implementação das tecnologias da Indústria 4.0. <http://lattes.cnpq.br/8580599398439587>

### <sup>ii</sup> THIAGO TADEU AMICI



Atualmente ministra aulas na pós-graduação de Indústria 4.0 e na graduação em Tecnologia em Mecatrônica na Faculdade SENAI de Tecnologia Mecatrônica, que fica no SENAI Armando de Arruda Pereira. Assessora também o Instituto SENAI de Tecnologia Metalmeccânica em projetos industriais com foco na Indústria 4.0. Durante 7 anos ministrou aulas pelo SENAI-SP, nos cursos de técnicos de Mecatrônica, Automação Industrial, Eletrônica e Eletroeletrônica, além de Formação Inicial e Continuada (FIC) com cursos voltados ao CP da Siemens. Possui mestrado em Automação e Controle e Processos pelo Instituto Federal de Ciências e Tecnologia de SP (IFSP - 2018), graduação em Engenharia Elétrica pela Faculdade de Engenharia São Paulo (2012), graduação em Tecnologia em Automação Industrial pelo IFSP (2009) e ensino profissionalizante em Eletrônica pela Instituição Liceu de Artes e Ofícios de São Paulo (2002). Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, Automação Industrial, Mecatrônica, Robótica e Indústria 4.0. Experiência internacional na aprovação de linha de produção (Cavemil) em Milão na Itália e sua instalação no Brasil. Participou do desenvolvimento do projeto, programação, montagem e apresentação da Linha de Manufatura Avançada Industrial 4.0 realizada em parceria entre o SENAI-SP e a ABIMAQ, que foi exposta na FEIMEC 2018 e da linha de Confeção 4.0, em parceria entre o SENAI-SP e a ABIT. <http://lattes.cnpq.br/9165856219131658>

### iii DANIEL CAMUSSO



Mestrando Profissional pela Universidade de Taubaté - UNITAU (previsão de término 2021). Pós-Graduado em Indústria 4.0 pela Faculdade SENAI de Tecnologia Mecatrônica. Pós-Graduado em Engenharia Automobilística pela Faculdade de Engenharia Industrial - FEI (2000). Aperfeiçoamento em CAD/CAM/CAE pela Dassault Systèmes em Paris - França. Graduado em Engenharia Mecânica Plena pela FEI (1996). Atualmente é docente no curso Técnico em Mecatrônica pela Escola SENAI Armando de Arruda Pereira. Foi docente do curso Superior "Tecnologia Mecatrônica Industrial" pela Faculdade SENAI e do curso de "Pós-Graduação em Projetos, Manufatura e Análise de Engenharia. Também docente do curso de especialização de CAD/CAE para Engenheiros de Países da América Latina (Convênio Brasil JICA Japan International Cooperation Agency). Participação no projeto Bleriot, um trabalho colaborativo entre Brasil, França e Índia e apresentado em 2009 na Feira Internacional de Aviação em Le Borget (França. Possui experiência como engenheiro na área de desenvolvimento de novos projetos para a indústria automobilística, utilizando o software CATIA e NX. <http://lattes.cnpq.br/7303249573994245>

### iv DANIEL OTÁVIO TAMBASCO BRUNO



Doutorando em Engenharia da Informação na Universidade Federal do ABC (2016), Mestre em Engenharia da Informação pela Universidade Federal do ABC (2013), Especialista em Banco de Dados pela Universidade de Ribeirão Preto (2007) e Especialista em Educação à Distância pela Universidade Paulista (2012). Possui graduação em Análise de Sistemas pela Universidade Paulista (2003). Revisor do Periódico IEEE Transactions on Medical Imaging. Co-editor, editor de área e revisor da Revista Brasileira de Mecatrônica. É Revisor do periódico ForScience do Instituto Federal de Minas Gerais. Atualmente é Técnico em Manufatura Digital e professor da Escola Senai "Eng. Octávio Marcondes Ferraz" e Professor de ensino superior na Universidade Paulista. Tem experiência na área de Inteligência Artificial, Desenvolvimento de Sistemas de Informação, Processamento de imagens, Implantação e Administração de sistemas Product Lifecycle Management (PLM), Segurança de redes e Internet das Coisas. <http://lattes.cnpq.br/3491851270517427>